氏　　　　　名	**柳本　朋子**
学 位 の 種 類	博士（理学）
学 位 記 番 号	第 6294 号
授与報告番号	乙第 2807 号
学位授与年月日	平成 28 年 3 月 22 日
学位授与の要件	学位規則第 4 条第 2 項該当者
学 位 論 文 名	**Gamma-Polynomial and its Generalization to a 2-string Tangle Polynomial（ガンマ多項式とその 2 ストリング・タングル多項式への一般化）**
論文審査委員	主査　教　授　金信　泰造　　　副査　教　授　鎌田　聖一 副査　准教授　秋吉　宏尚

論　文　内　容　の　要　旨

HOMFLYPT 多項式はスケイン多項式ともよばれる絡み目の多項式不変量で，スケイン関係を等式で結ぶような絡み目の多項式不変量の中で最も一般的なものの 1 つである．絡み目図式 D に対して，HOMFLYPT 多項式は未知数 y, z を用いて $P(D;y,z)=(yz)^{-r+1}\sum_{n=0}^{+\infty}C_n(D;-y^2)z^{2n}$ と表される．このとき z^{2n} の係数である　$x=-y^2$　とおいて得られる x のローラン多項式　$C_n(D;x)$　は，n 番係数 HOMFLYPT 多項式とよばれる多項式不変量である．特に，ゼロ番係数多項式はガンマ多項式とよばれており，$\Gamma(D;x)$ と表されている．他の多項式不変量よりも比較的計算しやすい多項式不変量として知られている．本論文ではガンマ多項式に着目し，以下の研究を行った．

(1)　ガンマ多項式の結び目の不変量としての存在についての初等的な直接証明．

結び目図式 D の正則図式不変量である γ 多項式　$\gamma(D;y)$　をまず構成し，スケイン関係式を調べ，それを交点符号和 (writhe) により補正することにより，ガンマ多項式　$\Gamma(D;x)$　を構成した．

(2)　結び目図式のガンマ多項式の 2 ストリング・タングルへの一般化．

タングルとは，3 次元球体とその境界面に両端がある何本かのひもの組のことをいう．特に，ひもが 2 本のとき，2 ストリング・タングルという．ここでは，まず向きづけられた 2 ストリング・タングル図式を，端点の位置関係によって 3 つのタイプに分類した．また，それぞれのタイプのタングル図式について，それが結び目図式となるような補完的なタングル図式を用意し，それとの和の結び目図式にガンマ多項式を適用することにより 2 ストリング・タングル図式のガンマ多項式を定義し，それが 2 ストリング・タングル図式の不変量になることを示した．

(3)　2 ストリング・タングル図式のガンマ多項式の θ 曲線への応用．

θ 曲線は 2 つの頂点を 3 つの辺で結んでできる空間グラフである．中でも，樹下の θ 曲線はその中の 3 つの結び目成分がいずれも自明な結び目であるにもかかわらず，自明でない θ 曲線として知られている．ここでは，樹下の θ 曲線が自明でないことを，2 ストリング・タングル図式のガンマ多項式によって示した．

論　文　審　査　の　結　果　の　要　旨

3 次元空間における 1 次元の円周の埋め込みを結び目とよぶ．1984 年のジョーンズ多項式の発見以降，様々な結び目の位相不変量が発見されている．そのような不変量のうちで，とくに HOMFLYPT 多項式と Kauffman 多項式について詳細な研究がなされている．ガンマ多項式はこれらの多項式に共通に含まれる 1 変数ローラン多項式であり，計算が比較的容易な結び目の位相不変量である．

本論文の研究結果は以下の通りである．(1) 結び目の位相不変量としてのガンマ多項式の存在に対して初等的な証明を与えた．まず，結び目図式 D の正則図式不変量である多項式を構成し，そのスケイン関係式を求めて交点符号和により補正することにより，ガンマ多項式を構成した．(2) 2 ストリング・タングルの図式に対してガンマ多項式を使った不変量を構成した．3 次元球体とそれに埋め込まれた 2 本の弧の対を 2 ストリング・タングルとよぶ．ただし，弧の端点は境界の 2 次元球面上にあるとする．結び目の図式と同様の方法で，上半平面において 2 ストリング・タングルの図式を考える．まず，これらの図式を弧の向きにより 3 つの型に分類した．下半平面に適当に 2 ストリング・タングル図式を補完的に付け足すと全体で結び目の図式が得られるが，それぞれの型ごとに 2 種類の特別な 2 ストリング・タングル図式を用意して，結び目図式を 2 つずつ構成する．このようにして得られた 2 つの結び目のガンマ多項式が，もとの 2 ストリング・タングル図式の不変量となることを示した．(3) 2 ストリング・タングル図式のガン

マ多項式をθ曲線の分類に応用した．θ曲線とは2つの頂点を3つの辺で結んでできる空間内に埋め込まれた空間グラフである．各θ曲線には結び目成分が3つある．樹下のθ曲線は，すべての結び目成分が自明な結び目であるようなθ曲線であるが，これが自明なθ曲線でないことを，(2)で定義した2ストリング・タングル図式の不変量を応用して証明した．

本論文の研究成果は，結び目理論および空間グラフの研究において新しい知見を与えるものである．よって，本論文を博士（理学）の学位に値するものと審査した．